



ToKalon

S.O.F.I.A.



Formazione a.s. 2020-2021

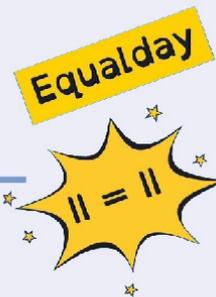
ToKalon incontra...

mercoledì
11
NOVEMBRE



**EQUAL DAY:
un nome un perché**

Antonella Castellini



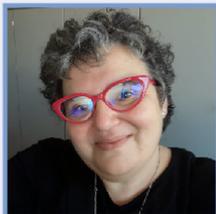
mercoledì
16
DICEMBRE



**LA COMPAGNIA DEI PROBLEMI,
ovvero le avventure da fare in matematica**

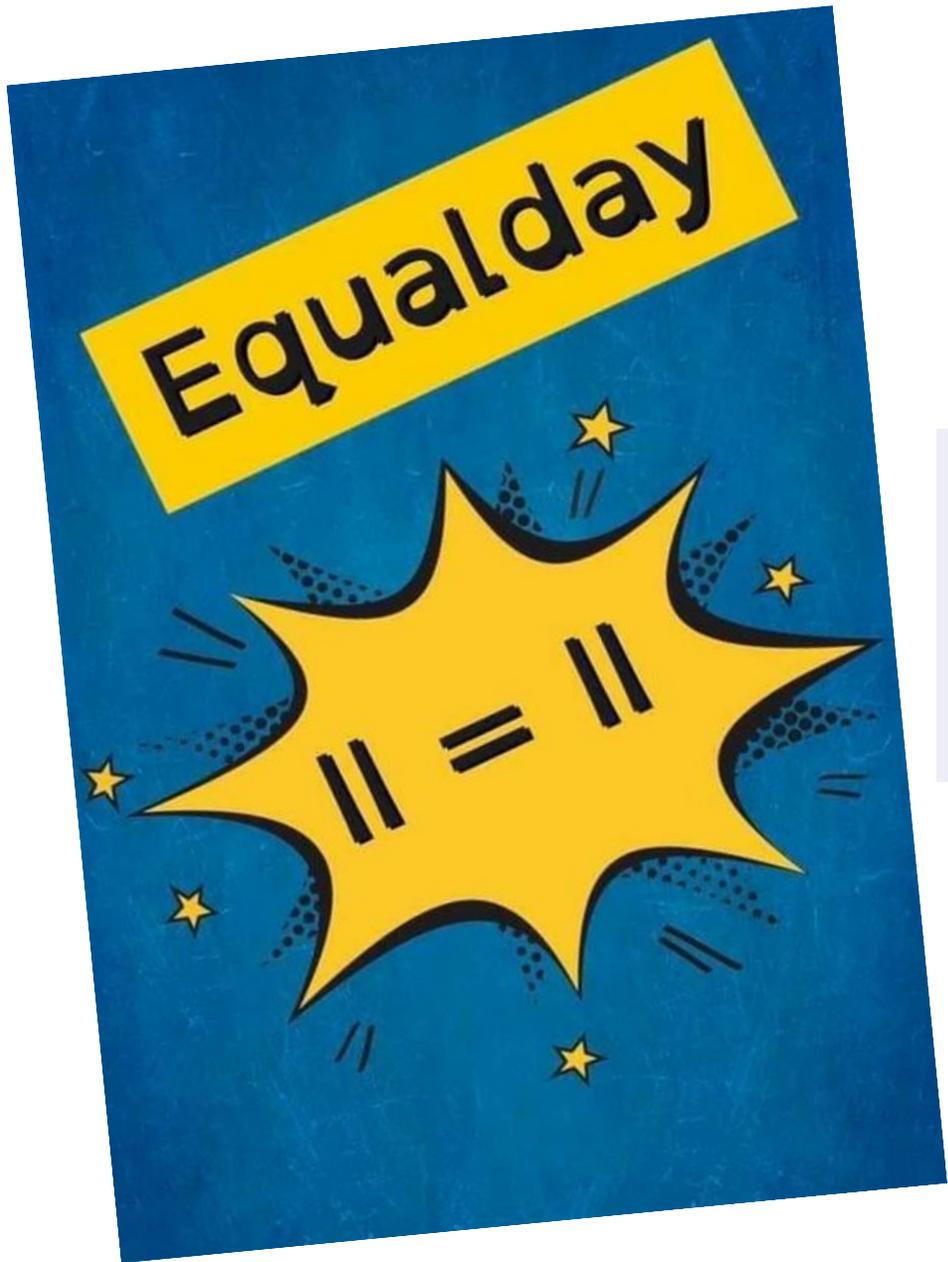
Francesco Chesi

venerdì
22
GENNAIO



**IL CALCOLO A MENTE... CHE PASSIONE!
Materiali e attività per supportarlo e svilupparlo**

Giovanna Mora



mercoledì
11
NOVEMBRE



EQUAL DAY: un nome un perché

Antonella Castellini

Equal Day





11-11-2020



11-11-2019



L'idea di indire l'**equal-day** nel giorno 11 novembre nasce nel 2019 da un gruppo di insegnanti del primo ciclo di istruzione che seguono da anni il progetto **ArAl**. <http://www.progettoaral.it/>



Difendiamo l'UGUALE

Riflettiamo sul valore del simbolo e sul suo significato in matematica.

Proteggiamolo dagli errori e dalle inesattezze nel suo utilizzo che molte volte vengono proposte e che nel tempo possono portare a difficoltà pesanti.



UGUALE

un simbolo dalle molte **sfaccettature**

In matematica, due enti a e b si dicono uguali se sono la stessa cosa, cioè se coincidono, o, più in generale, se godono delle medesime proprietà in un certo contesto; si usa anche sostituire alla parola *uguale* il simbolo di uguaglianza =



<https://www.treccani.it/vocabolario/uguale/>



Scrivete nei commenti

14 più 23

$$5 + 7$$



<https://www.menti.com/npr76e2r3d>

Collegati a www.menti.com

digita il codice **24 01 67 7**

Dal vocabolario

uguale

In aritmetica, **per introdurre il risultato di un'operazione**, per es., *essere u. a*, avere il valore di, equivalere a:

4 più 3 è u. a 7;

42 per 15 è u. a 630

(molto spesso ellitticamente, **senza il verbo**: *5 per 7 u. a 35*, o anche, più brevemente, *u. 35*).

In aritmetica, **per introdurre il risultato di un'operazione**, per es., *essere u. a*, avere il valore di, **equivalere a**:

4 più 3 è uguale a 7;

senza il verbo: *5 per 7 uguale a 35,*
5 per 7 uguale 35

uguale prepara alla conclusione di una storia che va da sinistra verso destra 

Tant'è che si chiama risultato .. Fine della storia

$$12 = 5 + 7$$

$$5 + 7 = 12$$

È una operazione
e si legge
5 più 7 fa 12

$$5 + 7 = 12$$



È scritta alla
rovescia perché non
si può leggere 12 fa
5 più 7

$$12 = 5 + 7$$



PROCEDURALE

segno direzionale
da sinistra a destra



«fa»



RELAZIONALE

relazione binaria di
equivalenza

- $a=a$
- $a=b \quad b=a$
- $a=b, b=c$ allora $a=c$

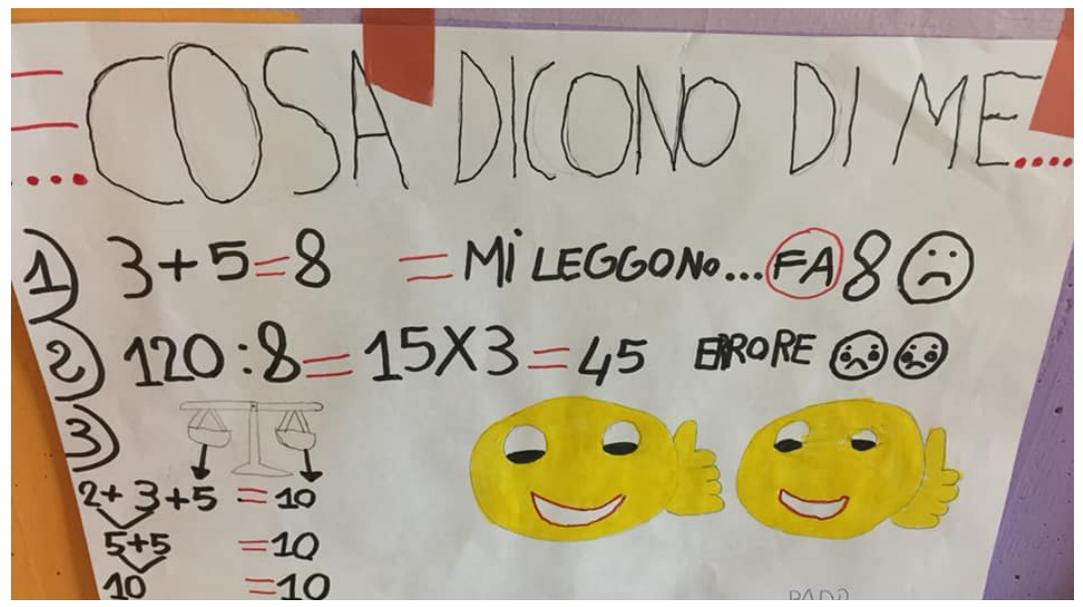
$$5 + 7 = 12 = 4 + 8$$



5 più 7 è 12 che
è anche 4 più 8

Catene di operazioni

$$30 : 5 = 6 + 4 = 10$$



NO

2

CALCOLARE LA FRAZIONE DI UN INTERO

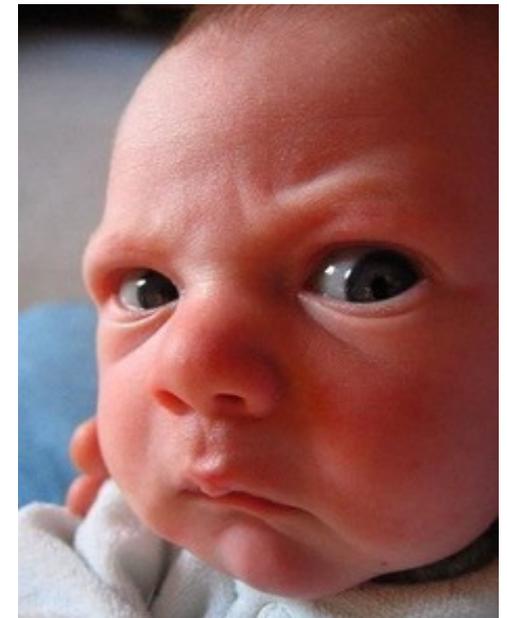
Se consideriamo come **intero** l'insieme di **15 matite**, per trovare i suoi $\frac{2}{3}$ usiamo il calcolo:

$$\frac{2}{3} \text{ di } 15 = 15 : 3 \times 2 = 5 \times 2 = 10 \text{ matite}$$

Catene di
operazioni

NO

$$8 \times 9 = 72 + 2 = 74$$



Un'espressione matematica è un insieme di numeri legati da segni di operazioni matematiche, detti operatori matematici. Wikipedia

dal lat. *expressio -onis*,
derivato

da *exprimĕre* «esprimere»,

**Manifestazione
estrinsecazione**



$$\begin{aligned} & 13 + 7 \cdot \{5 + 2 \cdot [(8 \cdot 3 + 12) : 6 - 5]\} - 9 = \\ & = 13 + 7 \cdot \{5 + 2 \cdot [(24 + 12) : 6 - 5]\} - 9 = \\ & = 13 + 7 \cdot \{5 + 2 \cdot [36 : 6 - 5]\} - 9 = \\ & = 13 + 7 \cdot \{5 + 2 \cdot [6 - 5]\} - 9 = \\ & = 13 + 7 \cdot \{5 + 2 \cdot 1\} - 9 = \\ & = 13 + 7 \cdot \{5 + 2\} - 9 = \\ & = 13 + 7 \cdot 7 - 9 = \\ & = 13 + 49 - 9 = \\ & = \underline{62} - 9 = \\ & = 53; \end{aligned}$$

53

Ho spiegato loro che nello svolgere le espressioni si deve mettere il segno uguale anche a capo, perché è come se si seguisse un senso logico e si stesse solo riscrivendo la stessa cosa in modo diverso (risolvendo i conti), se non si mette l'uguale è come se stessi chiudendo un discorso per iniziarne un altro e si perderebbe il legame con quanto già detto.

**Da un dialogo
in un gruppo FB**

Anch'io ho sempre fatto ripetere l'uguale a capo perché mi sembra una scrittura logica

Per me se non lo mettono è errore

In cima e in fondo?

Per me un'espressione è un numero travestito che pian piano si sveste. Ovvio che serva l'uguale ad ogni passaggio!

Uguale in cima e in fondo alle espressioni esempio
rigonfiare espressione

**Ritorniamo
su questo "uguale"**



L'=....questo sconosciuto
Ci si potrebbe scrivere un libro

Conviene andare a capo alla fine di ogni passaggio. In questo modo l'espressione è più ordinata e nel caso si commettesse un errore è più facile correggersi. Quando si va a capo si comincia sempre con il segno di uguale "="

$$\boxed{53} = 45 + 8 = 5 \cdot 9 + 2^3 = 5 \cdot (10 - 1) + 2^3 = \dots\dots\dots$$

Espressioni
gonfiate

= si legge è

FORMA CANONICA E NON CANONICA
DI UN NUMERO



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

1

$$5 - 4 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5 - 4 \times 2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = (5 - 4) \times 2$$

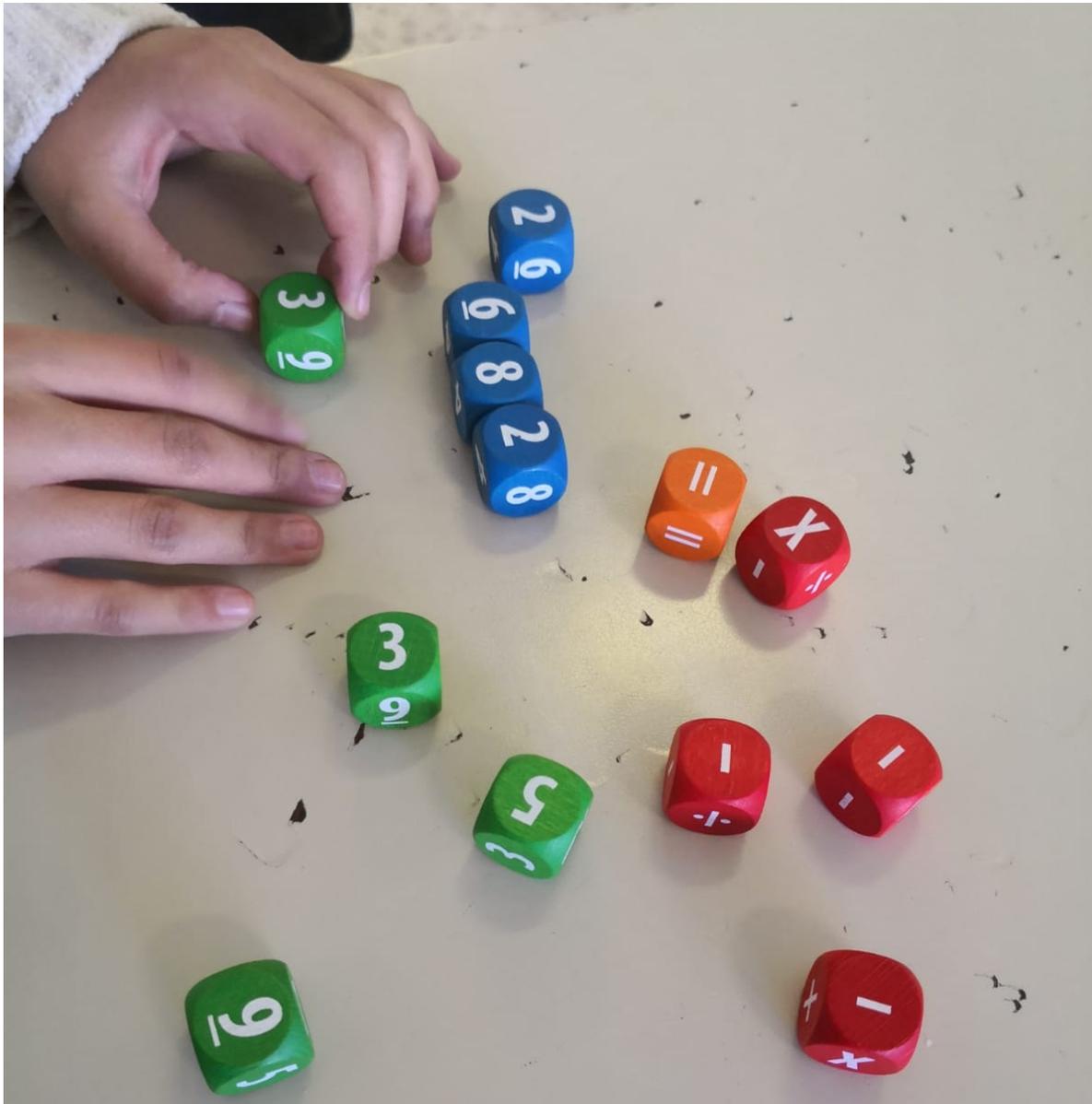


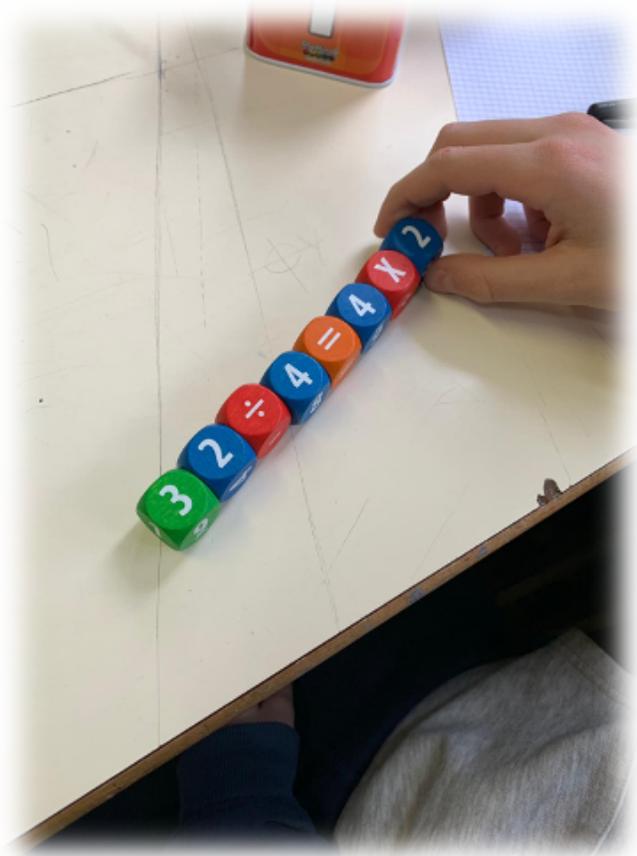
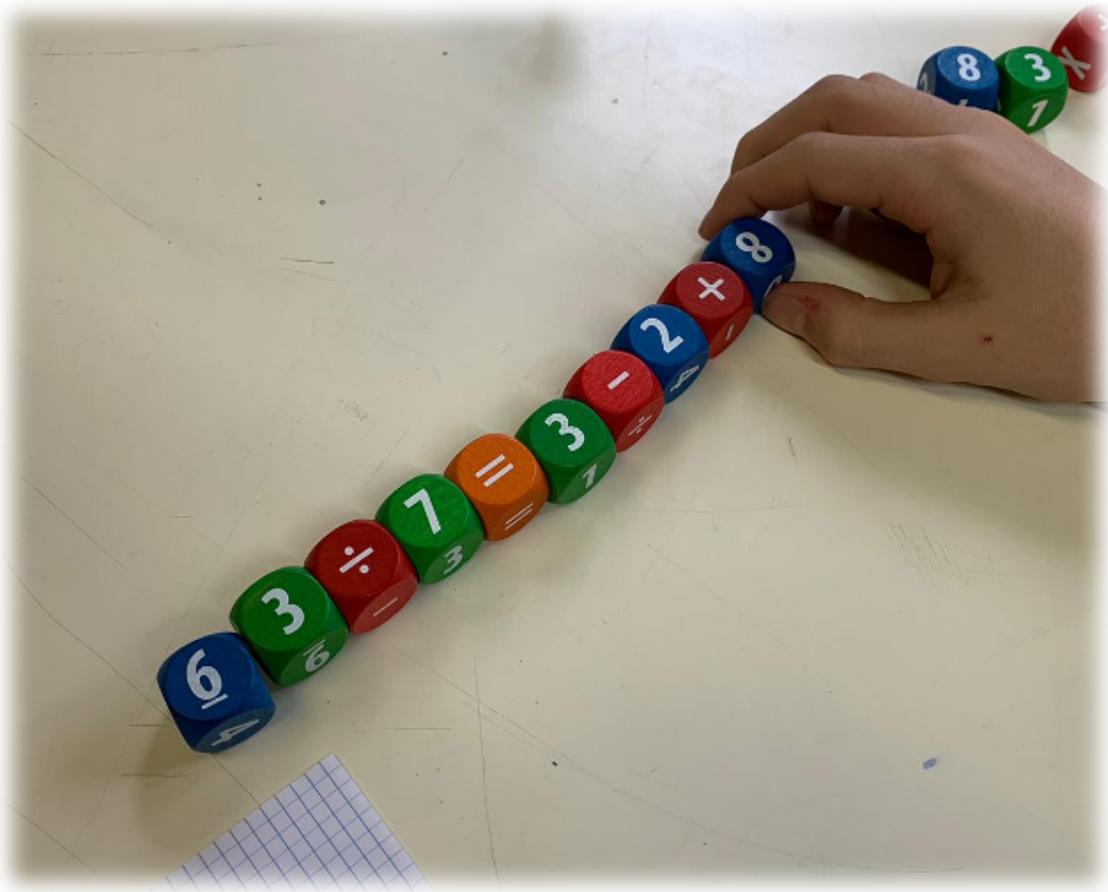


Antonella Castellini - Maria Cristina Migliucci

$$4 \div 2 = 3 - 1$$

$$4 \div 2 = 3 - 1 + 4 = 6$$





$2 + 2 = 9 - 5$

$66 \div 2 - 31 + 2 = 9 - 5$

Lunedì 11 Novembre

EQUAL DAY!

$$11 = 11$$

Per festeggiare questo giorno speciale i numeri hanno deciso di giocare a nascondino!

Riuscirai a stannarli tutti?

0	=	0 + 0	=	9 - 9	=	5 - 5
1	=	0 + 1	=	9 - 8	=	15 - 14
3	=	2 + 1	=	3 + 0	=	6 - 3
5	=	5 - 0	=	3 + 2	=	15 - 10

9	=	7 + 2	=	11 - 2	=	5 + 4
10	=	7 + 3	=	14 - 4	=	20 - 10
15	=	12 + 3	=	20 - 5	=	10 + 5
20	=	10 + 10	=	17 + 3	=	30 - 10
25	=	22 + 3	=	20 + 5	=	30 - 5

Sara Curotti FB ArAl

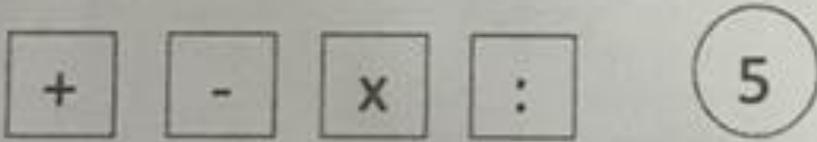
$$3 \cdot 2 + 1 = 7$$

Faccio 3 per 2 poi aggiungo 1 e mi viene 7

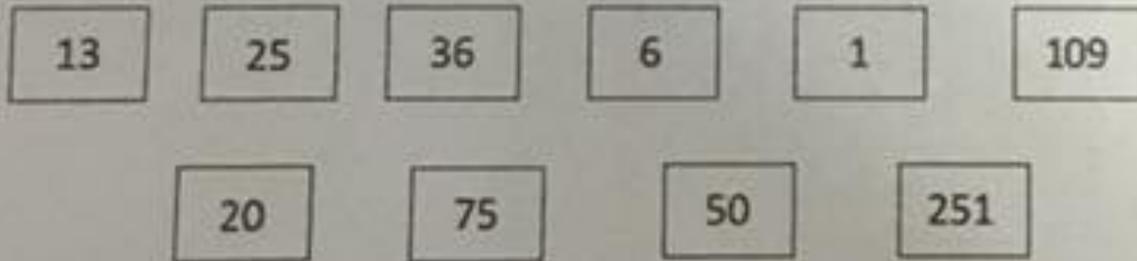
Il doppio di 3 aumentato di 1 è 7

UNA SOLA CIFRA, TANTI NUMERI!

A Marco è stato regalato un nuovo gioco. È una scatola contenente due sacchetti. In uno ci sono tanti gettoni rotondi con la cifra 5 e nell'altro tanti gettoni quadrati ciascuno dei quali porta il simbolo di un'operazione:



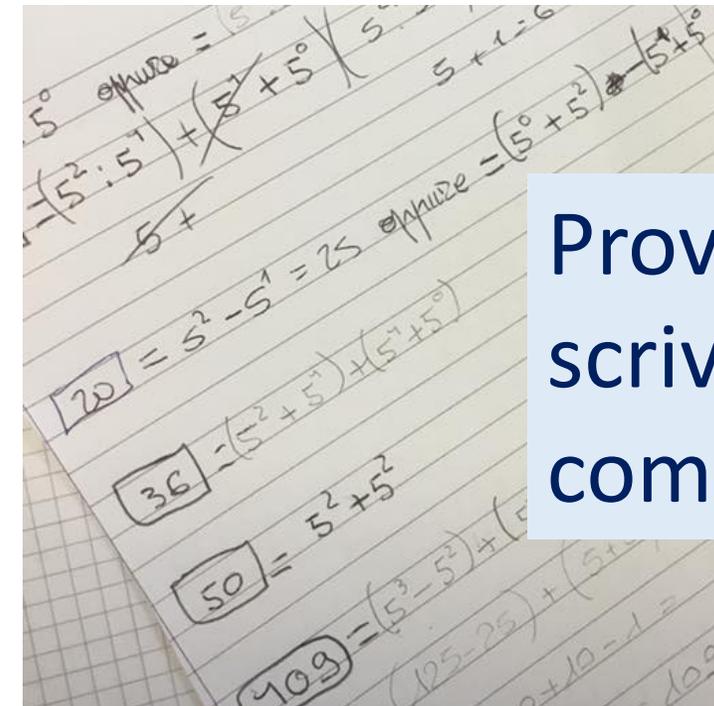
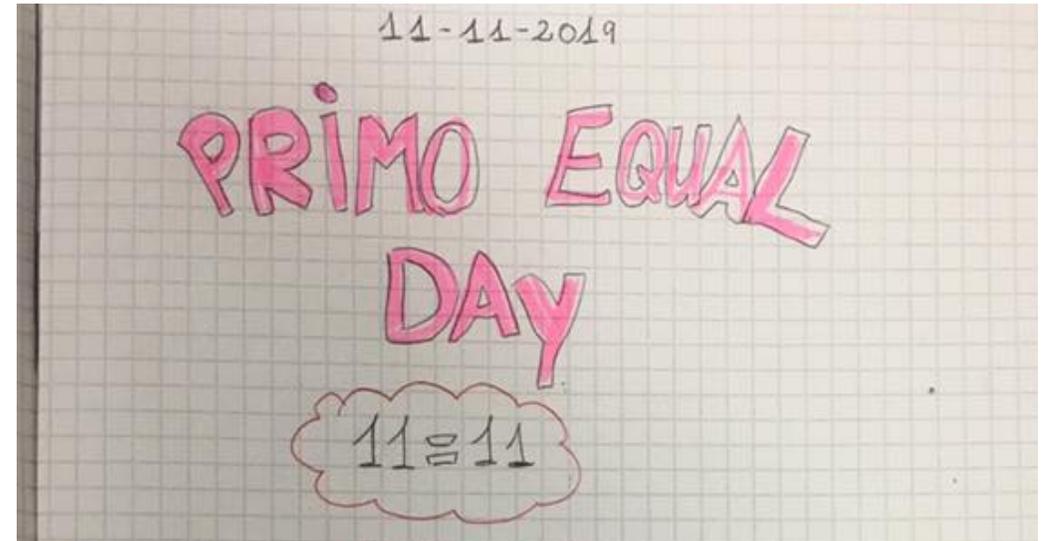
Ci sono, poi, cartellini rettangolari con scritti alcuni numeri:



Il gioco consiste nel formare il numero scritto sul cartellino rettangolare usando gettoni rotondi e quadrati.

Esempio

$$\boxed{24} = (5 \times 5) - (5 : 5)$$



Provate e
scrivetelo nei
commenti

550 ter

- Raddoppia 25, aggiungi 7, sottrai 3 AGGIUNGI 19
 - Togli 21 da 22, raddoppio, fai + 7 SOTTRAI 21
 - Togli 4 da 114, aggiungi 50, dimezza 114+50=90
 - Moltiplica 20x4, togl 20, aggiungi 40 100+20=120
 - Fai 35+10, togl 5, dimezza AGGIUNGI 10

① $60 \times 2 = 120 - 20 = 100 - 45 = 65$
 ② $9 \times 10 = 90 : 2 = 45 + 20 = 65 + 40 = 105$
 ③ $25 + 5 = 30 + 30 = 60 - 30 = 10 - 9 = 1$
 ④ $18 + 40 = 58 - 30 = 22 - 8 = 14 + 100 = 114$
 ⑤ $68 - 18 = 34 \times 2 = 68 + 30 = 98 - 60 = 22$
 ⑥ $8 \times 5 = 40 : 2 = 20 + 10 = 30 \times 2 = 60$
 ⑦ $6 \times 8 = 48 + 2 = 50 : 2 = 25$
 $112 + 8 = 120 : 2 = 60 - 40 = 20$

... attenzione che il segno uguale

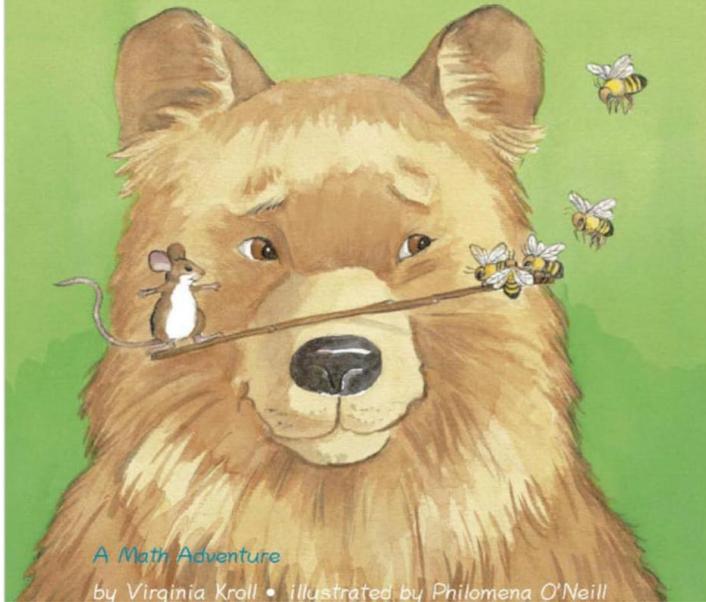
ha un valore universale, vale come l'ago di una bilancia che deve stare in equilibrio ... : 60×2 non è uguale a $120 - 20$.

equilibrio



Da progetto ArAl FB [Stefano Saija Bisazza](#)

Equal Shmequal



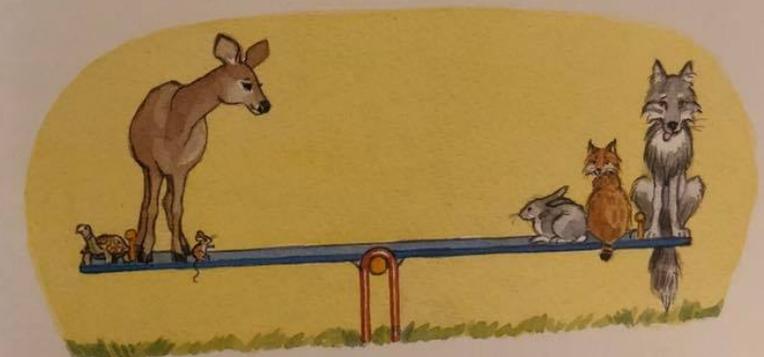
A Math Adventure

by Virginia Kroll • illustrated by Philomena O'Neill



With a mighty hop, Rabbit landed in front of Bobcat.
Now the seesaw was almost balanced.

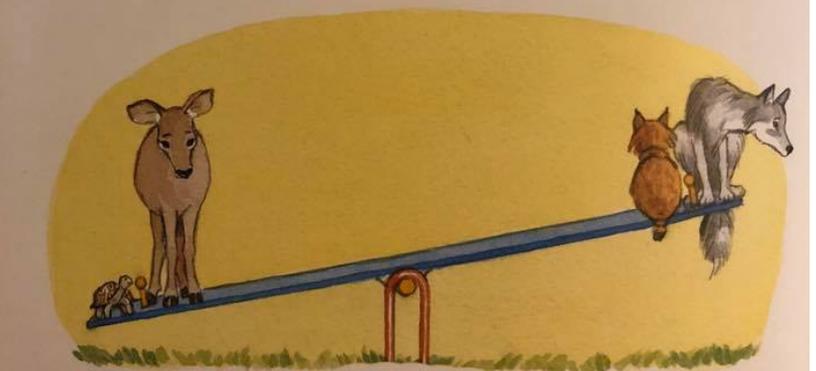
“Come on!” shouted Rabbit. “You’re the last one, Mouse!”



Mouse scampered up next to Deer. The seesaw teetered
back and forth before resting perfectly straight across.
The teams were balanced.

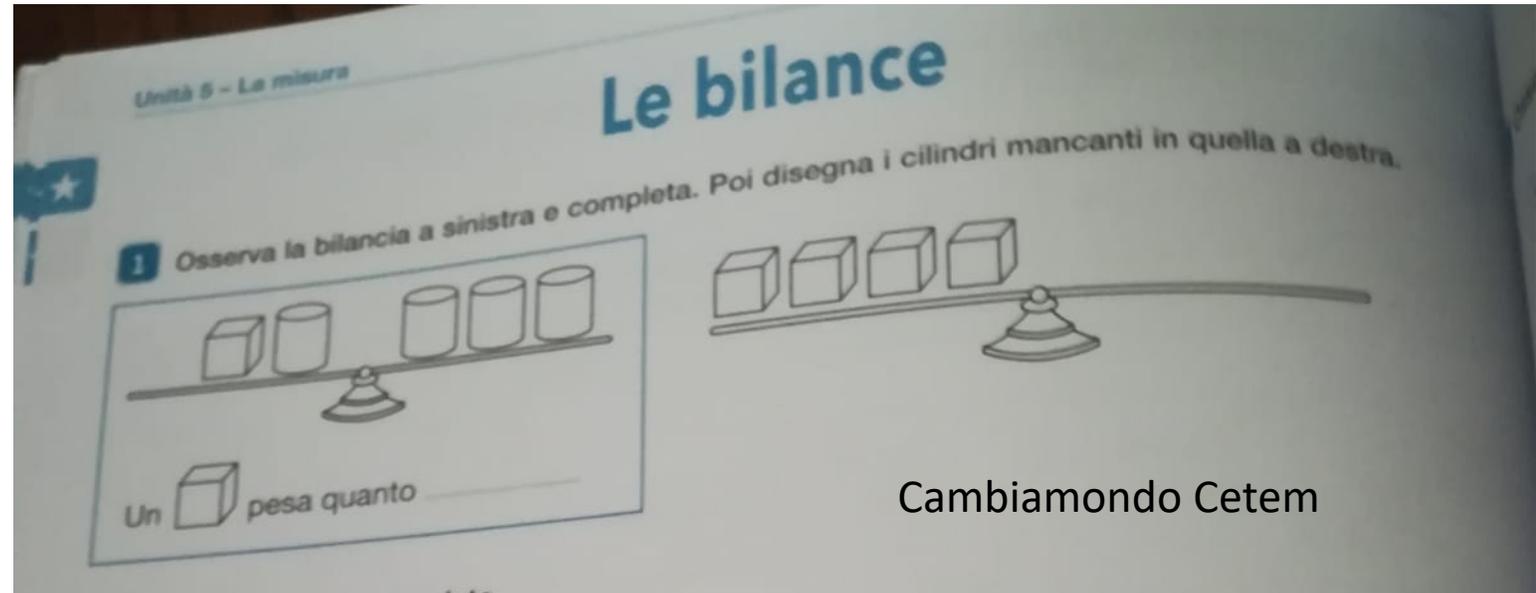


Deer got up on Turtle’s side.
Their side sank down, and Wolf rose up into the air.

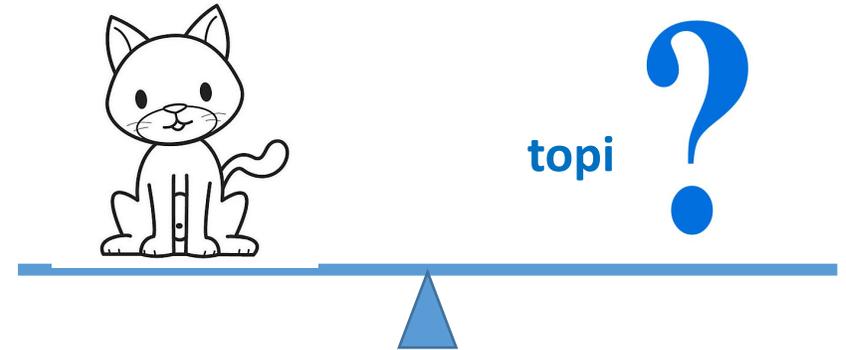
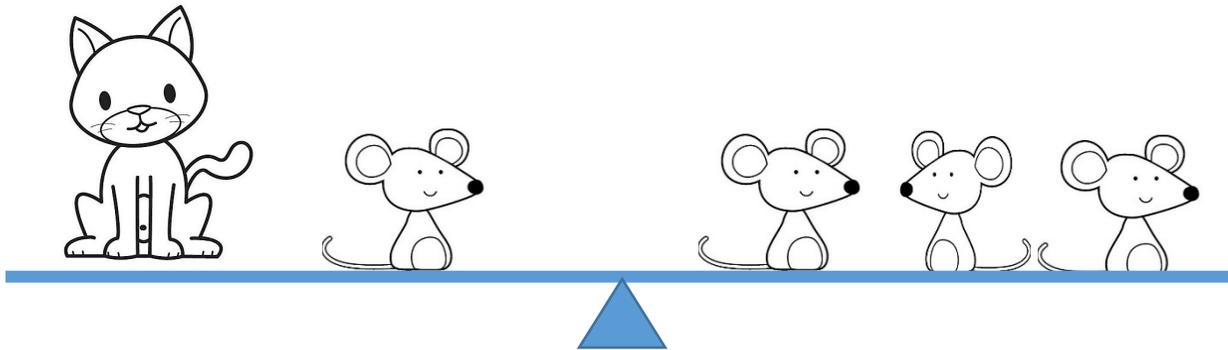


“I’m next!” shouted Bobcat. He got onto Wolf’s side,
but Wolf and Bobcat together were still up in the air.

Equilibrio per relazioni

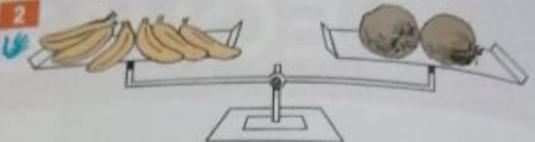


$$g + t = 3t$$



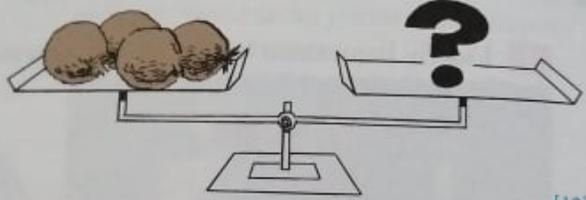
Equilibrio per relazioni

2



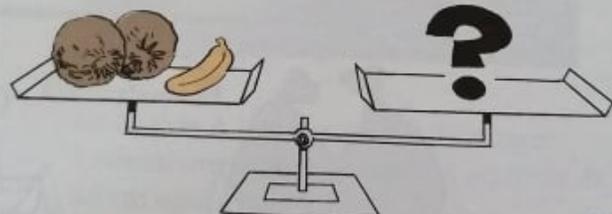
Le banane hanno la stessa massa, e così le noci di cocco.
Quante banane bisogna mettere sul piatto vuoto per portare la bilancia all'equilibrio?

a)



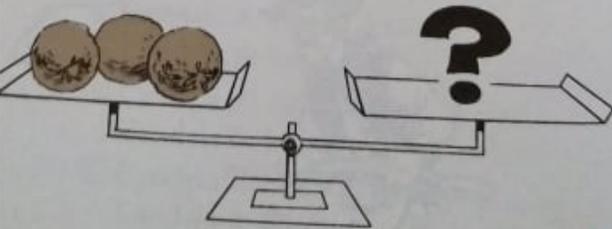
[12]

b)



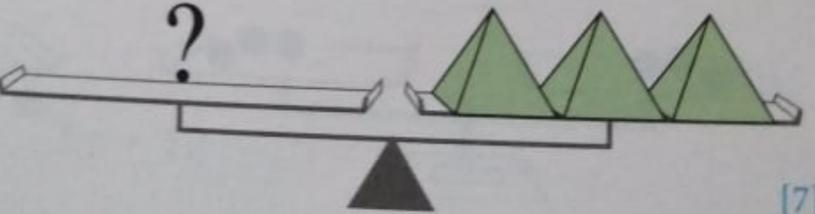
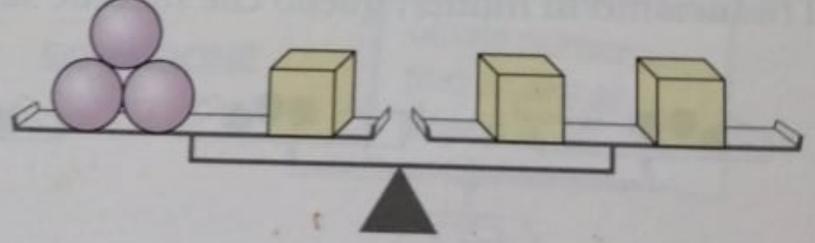
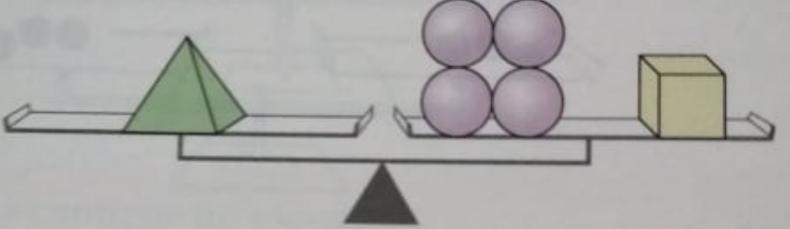
[7]

c)



[9]

6 ARGOMENTA Le sfere hanno la stessa massa, e così anche i cubi e le piramidi.
Quanti cubi si devono mettere sul piatto vuoto per portare la bilancia all'equilibrio?
Motiva la risposta.



[7]

Contaci

Equilibrio per equazioni



SECONDO PRINCIPIO DELLA BILANCIA

SECONDO PRINCIPIO DELLA BILANCIA
SE LA BILANCIA È IN EQUILIBRIO
E I CORPI SULLI SONO IN EQUILIBRIO,
ALLORA LA BILANCIA È IN EQUILIBRIO.

150
3

50
3

DALLA RAPPRESENTAZIONE DELLA BILANCIA
AL SIMBOLO =

SECONDO PRINCIPIO DELLA BILANCIA

PRINCIPIO DELLA BILANCIA

Formazione ArAl Sulmona

Elena Marangoni

Cerva ha tre castagne ed Orso ha una castagna ed una scatola blu nella quale c'è un certo numero di castagne.

La regola dice che Cerva ed a Orso hanno sempre lo stesso numero di castagne, quindi se Cerva ha tre castagne, allora Orso ha tre castagne:

una fuori dalla scatola blu, due dentro la scatola”.

3

1 + x



Progetto ArAl da FB

equazioni

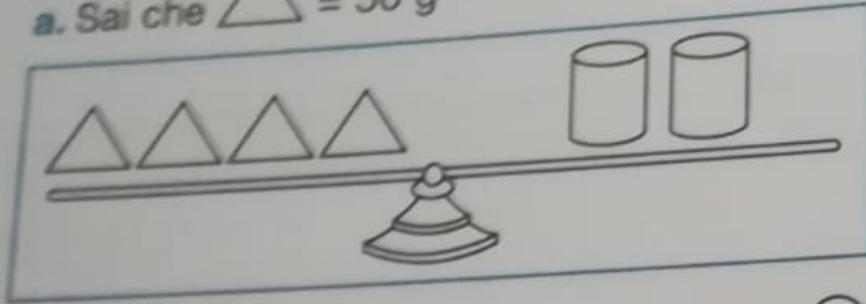
CHI SI NASCONDE
DIETRO IL
?

11=11
EQUAL DAY

6 + 10 + x = 6 + 6 + 8

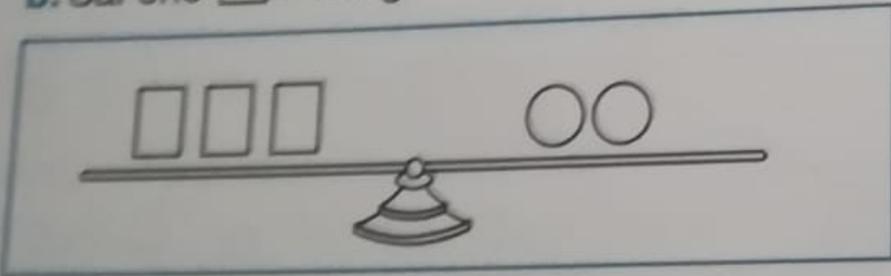
2 Leggi, osserva e completa.

a. Sai che $\triangle = 50 \text{ g}$

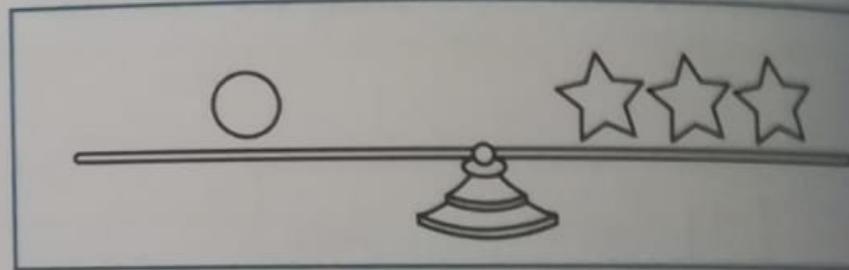


a. Quanto pesa un  ?

b. Sai che $\square = 2 \text{ kg}$ Quanto pesa una \circ ?



Quanto pesa una  ?



$$\begin{array}{c} 50 \cdot 4 \qquad \qquad \qquad 2x \\ \hline \triangle \end{array}$$

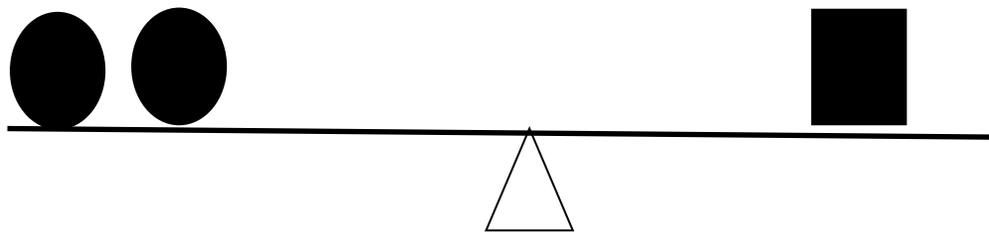
$$200 = 2x$$

Parte a

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = 2x \\ x = 3y \end{array} \right.$$

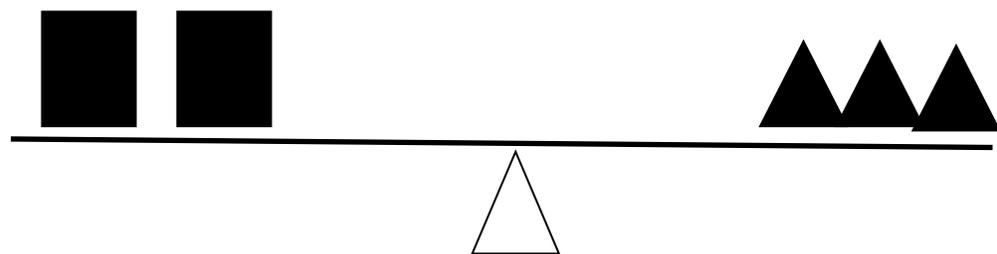
Parte b

equazioni



▲ 2 Kg

● ?



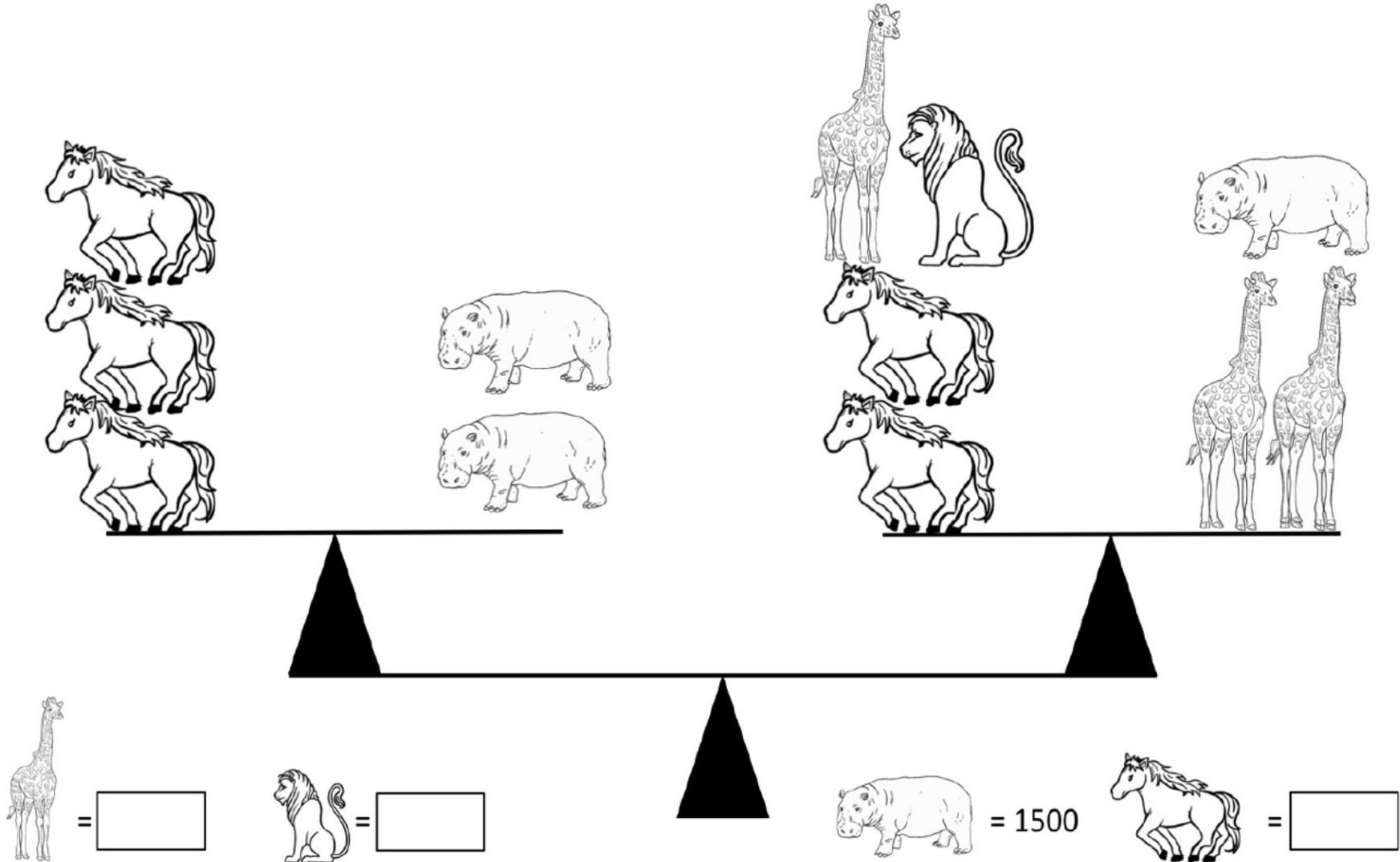
Da Invalsi insieme Cetem

equazioni

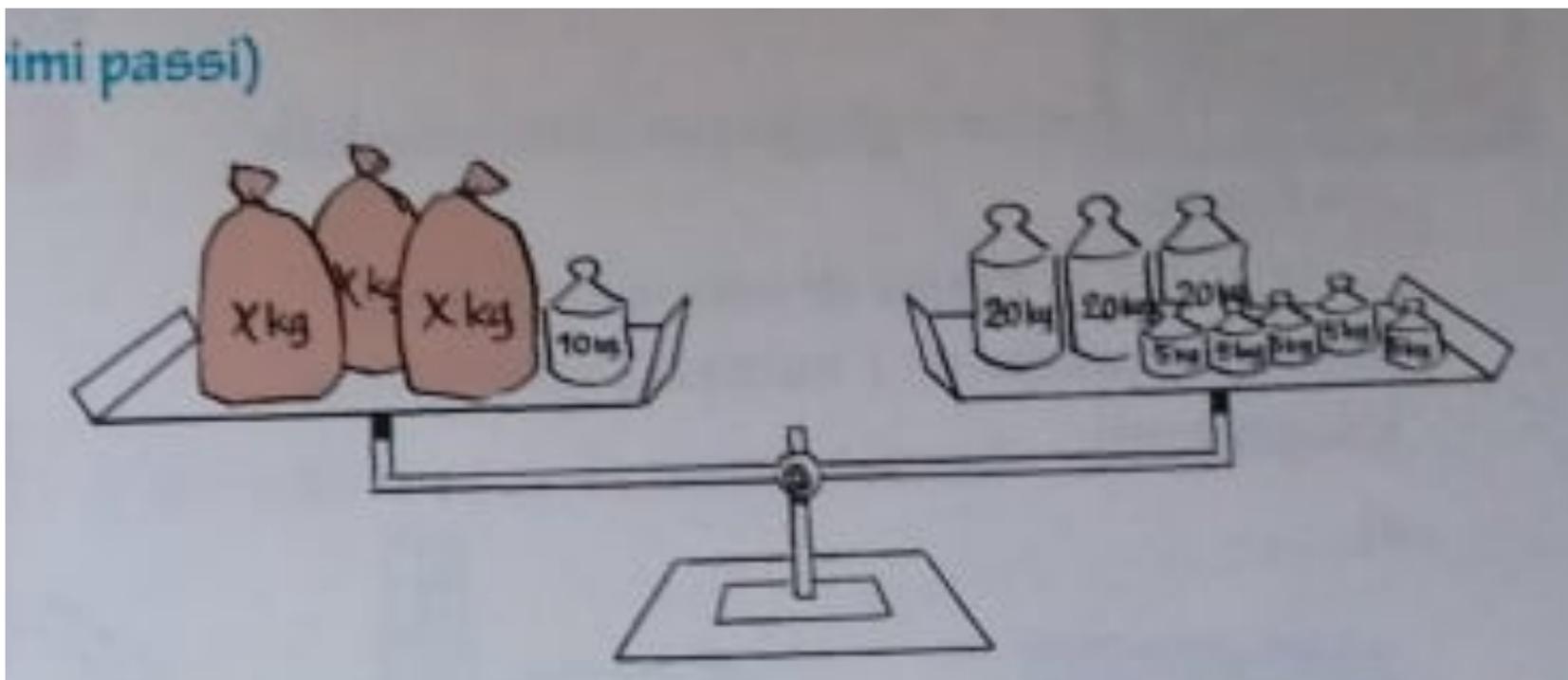
Bilancia

Questa bilancia è composta da animali in equilibrio. Scoprite quanto vale ogni animale.

matematicapertutti.it



imi passi)

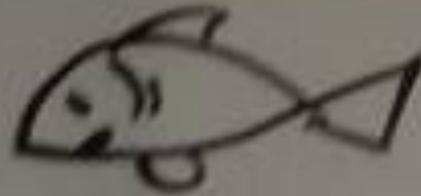


Contaci

$$3x + 10 = 85$$

equazioni

IL PROBLEMA DEL
Bell'1992



LA CODA DI UN PESCE PESA 4 kg. IL CORPO
PESA QUANTO LA TESTA E LA CODA INSIEME
MENTRE LA TESTA PESA QUANTO LA CODA
E METÀ CORPO. QUANTO PESA PESCE?

La coda di un pesce pesa 4 kg

Il corpo pesa quanto la testa e la coda insieme. Mentre la testa pesa quanto la coda e metà corpo.

Quanto pesa il pesce?

$$\text{Coda} = 4 \text{ kg}$$

$$\text{Corpo} = \text{Testa} + \text{Coda}$$

Sostituendo \rightarrow

$$\text{Corpo} = \text{Coda} + \text{Corpo}$$

$$\text{Corpo} = \underset{4}{\text{Coda}} + \text{Testa} + \underset{4}{\text{Coda}}$$

$$\text{Corpo} = \text{Testa} + 8$$



$$8 = \text{Testa} \Rightarrow 16 = \text{Corpo}$$

$$\text{Corpo} = \text{Testa} + 4$$

$$16 = \text{Testa} + 4 \quad \text{Testa} = 12$$

$$12 + 16 + 4 = 32 \text{ kg}$$

RAPPRESENTAZ. FIGURATE

La coda di un pesce pesa 4 kg.

Il corpo pesa quanto la testa e la coda insieme.

Mentre la testa pesa quanto la coda e metà corpo. Quanto pesa il pesce?

$$\text{corpo} = \text{testa} + \text{coda}$$

$$\text{testa} = \text{coda} + \text{metà corpo}$$

$$\text{corpo} = \text{testa} + 4$$

$$\text{testa} = 4 + \text{metà corpo}$$

$$\text{corpo} = 4 + \text{metà corpo} + 4$$

$$\text{corpo} = \text{metà corpo} + 8$$

$$\text{metà corpo} = 8 \quad \text{quindi} \quad \text{corpo} = 16$$

equazioni

In una scrittura come $'8+x=2x-5'$ esso assume un significato relazionale, e contiene l'idea di **simmetria** fra due scritture.

Lo studente si trova a dover gestire un simbolo che improvvisamente si presenta in maniera sostanzialmente diversa, nella quale è necessario andare oltre l'idea di risultato privilegiando la lettura bidirezionale del simbolo che si deve tradurre con "é".

$$8 + x = 2x$$

$$-2x + x = -8$$

$$-x = -8$$

$$x = 8$$

$$8 = 2x - x$$

$$8 = x$$

$$-x = -8$$

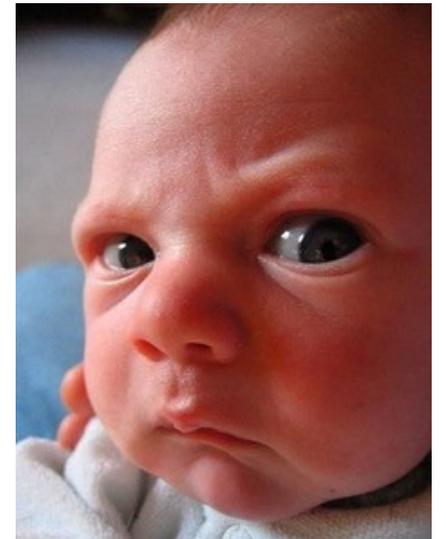
$$x = 8$$

NO

$$2x + x = -8 =$$

$$= -x = -8 =$$

$$= x = 8$$



equazioni

incognita

Ho chiesto di inventare un problema che si risolvesse con $24 : n = 8$
Ebbene quasi tutti i ragazzi hanno scritto un testo in cui 24 (euro, caramelle, fiori, ecc.) venivano
spartiti fra 3 (bambini, mazzi, pacchi, ecc) e ponendo una domanda la cui risposta era
invariabilmente 8.

**L'incognita per loro non è il numero che non si
conosce ma il numero dopo l'uguale.**

Gioca un suo ruolo anche la visione dell'uguaglianza che hanno i ragazzi,
di tipo "esecutivo"
= viene così

incognita

$$Y = x + 2$$

$$x = 3$$

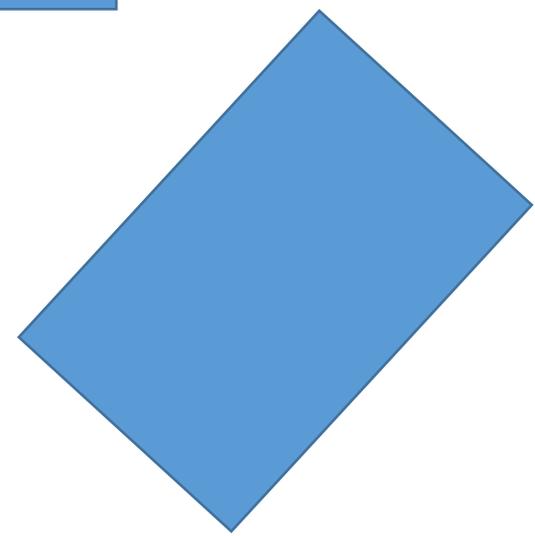
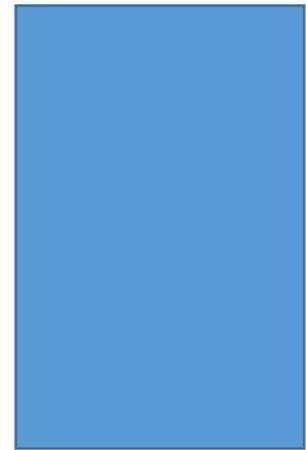
$x = 3$ non sempre è chiaro che è dare un valore alla x e sostituire

incognita

$$18 = 3 \times \text{anchor} = 2 \times \text{acorn}$$



$$A = b \times h$$



In algebra, per collegare fra loro i due membri sia di una identità sia di un'equazione; si dice anche che la soluzione di un'equazione è $x = 5$ per intendere che l'equazione (nell'incognita x) ammette il numero 5 come **soluzione**.

Soluzione

Risultato

geometria

In geometria, per indicare due figure sovrapponibili, cioè tali che esista un movimento rigido che porti l'una a coincidere con l'altra (nello stesso senso, si parla più propriam. di figure *congruenti*).

UGUALE vs CONGRUENTE

geometria

Giovanni Castiglioni

Riferito alla geometria: "Bisogna distinguere fra uguaglianza e congruenza: due cose sono uguali se sono la stessa cosa, cioè se occupano lo stesso spazio nello stesso tempo.

Diremo invece che due cose sono congruenti se sono uguali ma occupano spazi diversi nello stesso tempo"

Francesco Chesi

Le figure congruenti che hanno la stessa posizione nel piano sono uguali. Cioè uguali in tutto, pure nella posizione. Ora, capiamoci, se due figure sono perfettamente sovrapponibili e sono nella stessa posizione, noi tendiamo a vederne una sola (è innaturale pensare a un infinito numero di figure uguali). Detto ciò, a scuola certe sottigliezze sono inutili nonché pericolose, e quindi possiamo parlare di figure uguali anche se le disegniamo in zone diverse del foglio.

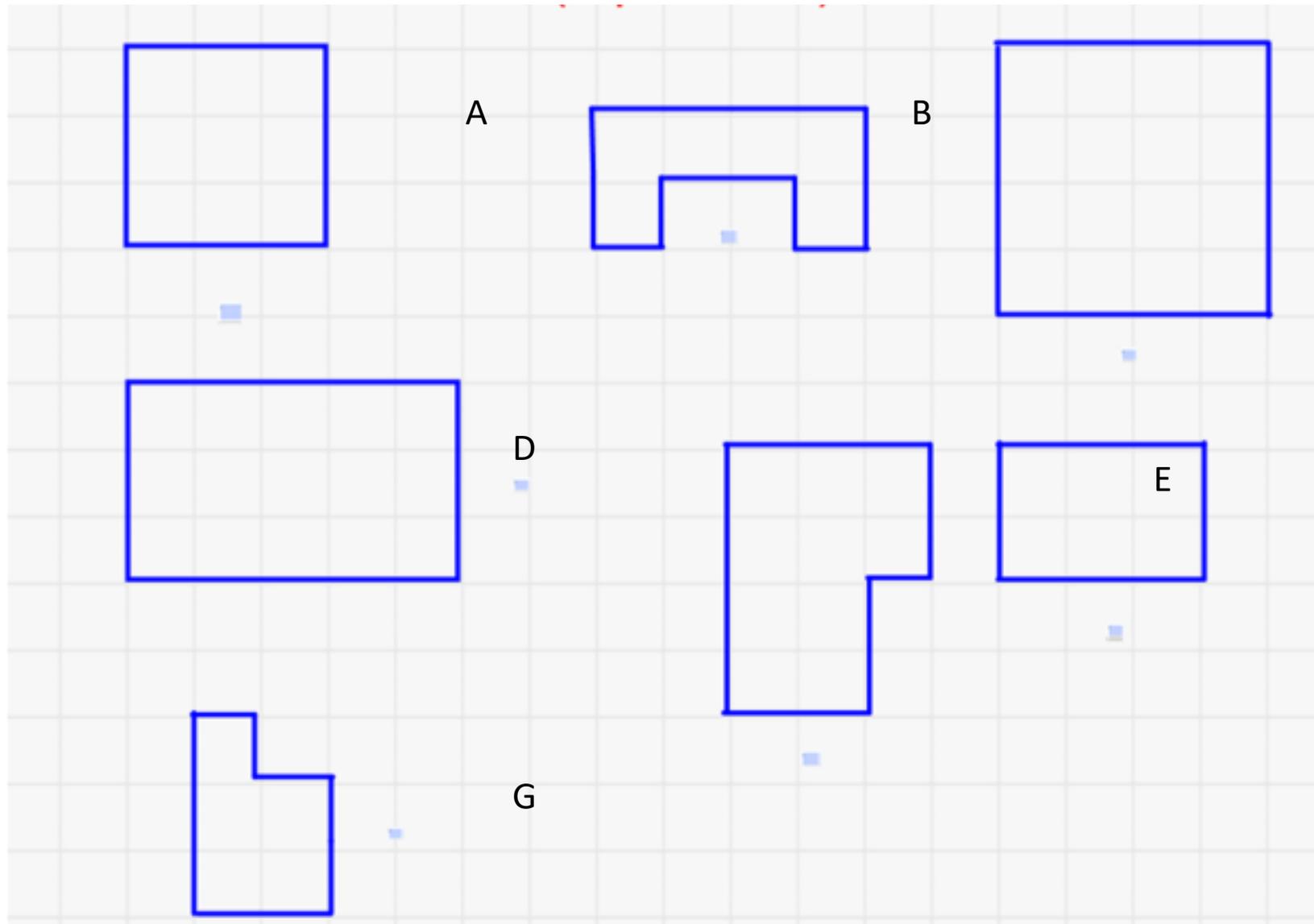
Gianfranco Arrigo

Detto questo, eviterei di usare il termine "tempo" che è un concetto filosofico usato e reso grandezza dai fisici. In geometria non entra in nessun modo.

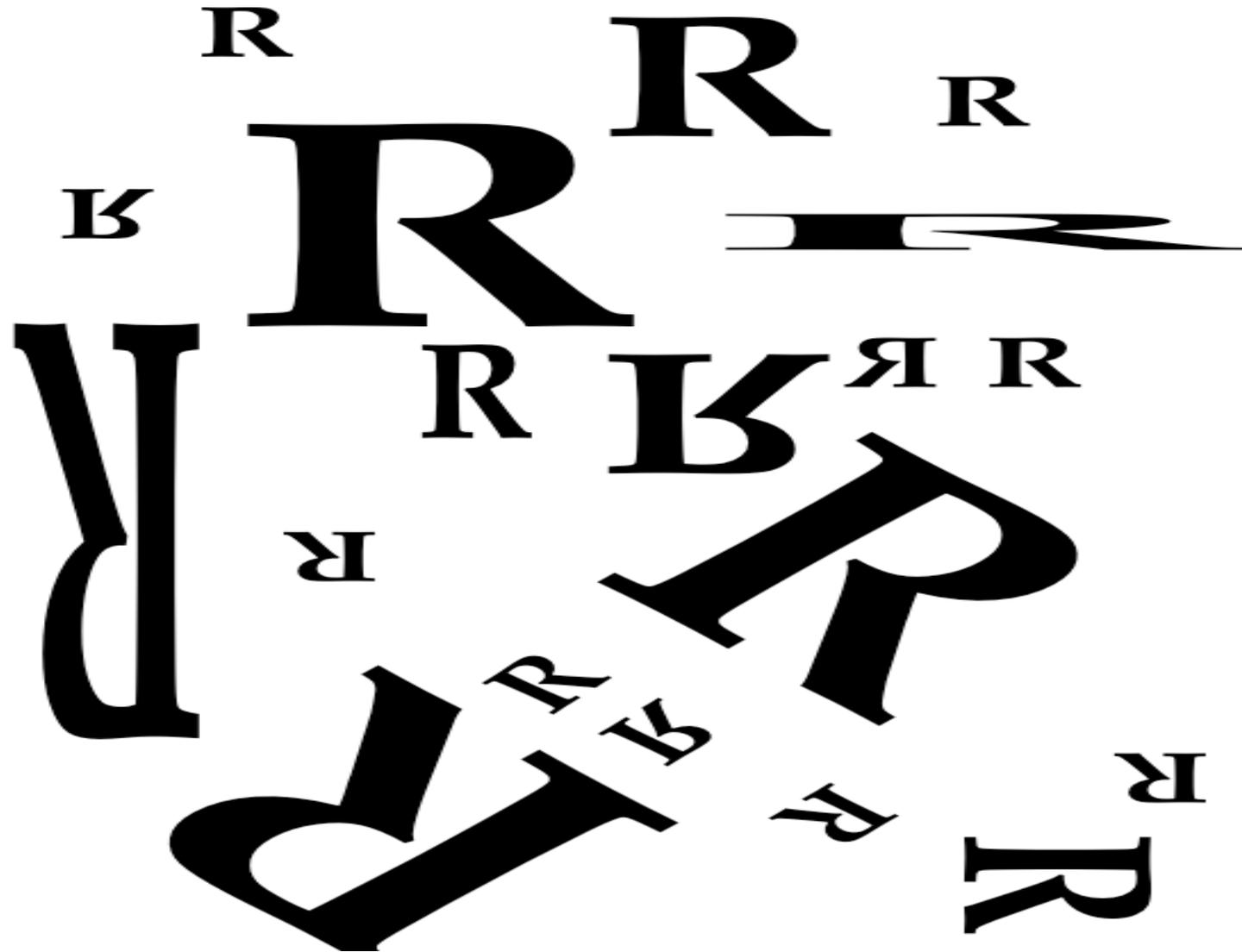
Nella Matematica Elementare (quella che dovrebbe conoscere l'insegnante, non necessariamente l'alunno) si incontrano due forme di congruenza:

quella geometrica (due figure sono congruenti se una è immagine dell'altra secondo un'isometria) e quella aritmetica

UGUALI in cosa?



UGUALI in cosa?



UGUALI in cosa?



UGUALI in cosa?



UGUALI in cosa?

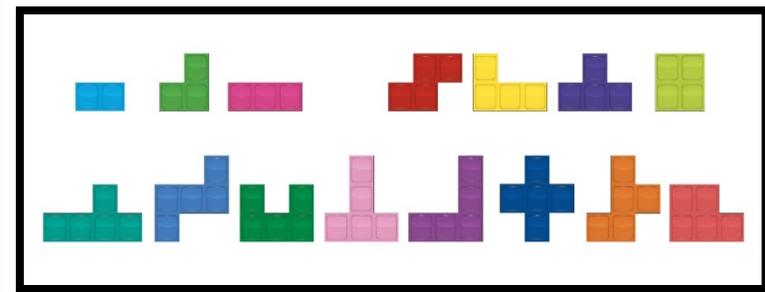
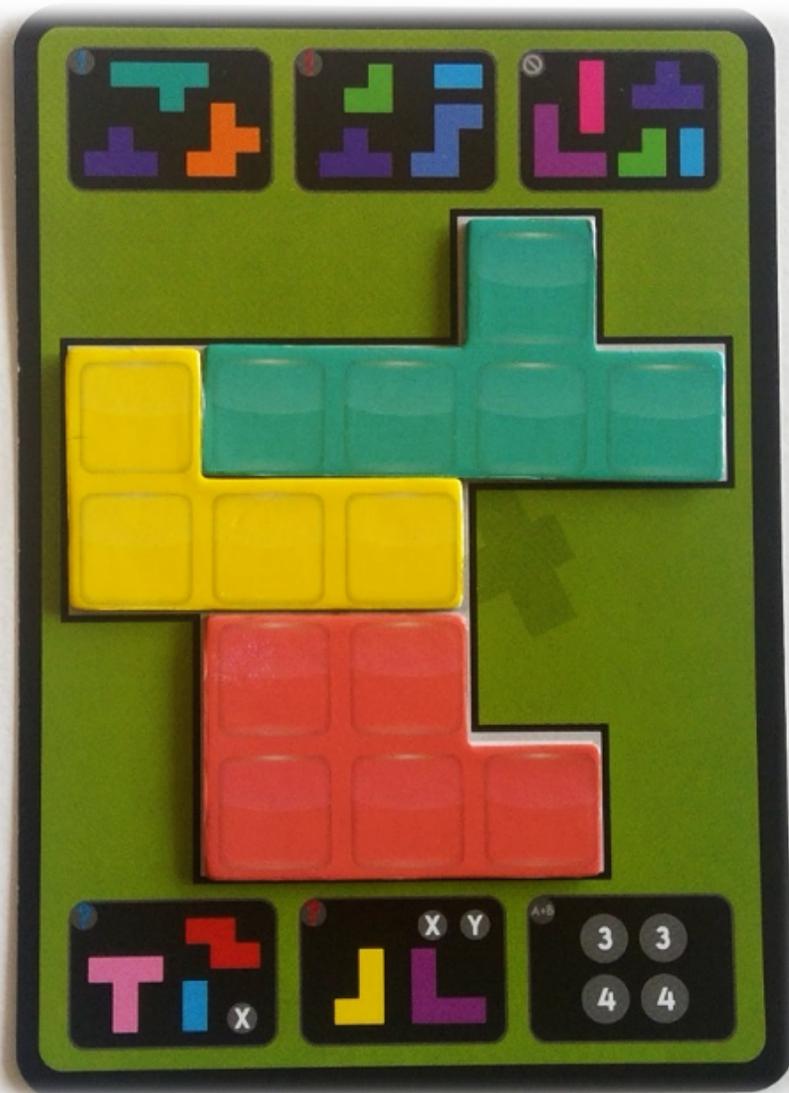


UGUALI in cosa?



UGUALI in cosa?





Antonella Castellini - Maria Cristina Migliucci

$$11 - 6 = \square - 11$$

**Cosa significa se qualcuno scrive 5
Cosa significa se qualcuno scrive 6**

La soluzione è quel valore che diminuito di 11 è 5 ovvero $11 - 6$

Uguale è un segno di relazione o un indicatore di procedura?

Camici C., Cini A., Cottino L., Dal Corso E., D'Amore B., Ferrini A., Francini M., Maraldi A.M., Michelini C., Nobis G., Ponti A., Ricci M., Stella C. (2002). Uguale è un segno di relazione o un indicatore di procedura? *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 25, 3, 255-270.

Vi lasciamo con un paio di indovinelli!

**Can you explain
this equality?**

8=14913

© BRIGHTSIDE

Confuso intervento di una parlamentare:

Dietro una oscura espressione manifesti più o meno una certa identità e vai sempre alla radice del problema. Una soluzione è poi stata formulata che, in fin dei conti, ti ha lasciata soddisfatta.

ToKalon incontra...

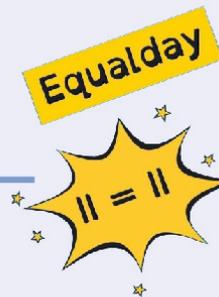


mercoledì
11
NOVEMBRE

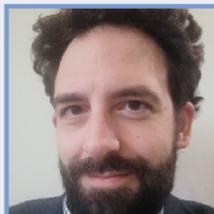


**EQUAL DAY:
un nome un perché**

Antonella Castellini



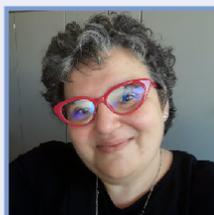
mercoledì
16
DICEMBRE



**LA COMPAGNIA DEI PROBLEMI,
ovvero le avventure da fare in matematica**

Francesco Chesi

venerdì
22
GENNAIO



**IL CALCOLO A MENTE... CHE PASSIONE!
Materiali e attività per supportarlo e svilupparlo**

Giovanna Mora



<http://associazione tokalon.com/>



http://www.youtube.com/channel/UCvBdcVF1FtJeZObxW5zjulQ?sub_confirmation=1

